

Курс: Оптимальное управление.

Для студентов 3 курса (2-й поток)

Лекции в 5 семестре --- 2 ч./нед., всего 36 часов, зачёт.

Лекции в 6 семестре --- 2 ч./нед., всего 32 часов, зачёт.

Без семинарских занятий и без практикума.

За курс отвечает кафедра Оптимального управления

Авторы программы: проф. Асеев С.М., доц. Орлов М.В.

Лекторы: проф. Асеев С.М. (2000/01), доц. Орлов М.В. (2001/02)

Программа курса

5-й семестр:

1. Постановка задачи оптимального управления. Основные вопросы теории оптимального управления.
2. Пространство непустых компактов из n -мерного пространства. Алгебраические операции над множествами. Хаусдорфово расстояние.
3. Опорные функции: определение, основные свойства.
4. Теорема Хана-Банаха. Положительная однородность и полуаддитивность, как характеристические свойства опорных функций.
5. Многозначные отображения. Непрерывность многозначных отображений.
6. Измеримость многозначных отображений. Теорема об измеримой однозначной ветви.
7. Уравнения Каратеодори. Формула Коши.
8. Интегрирование многозначных отображений. Теорема Ляпунова.
9. Множества достижимости и управляемости линейных управляемых систем. Их опорные функции. Теорема существования оптимального управления в линейной задаче быстрогодействия.
10. Управляемость и локальная управляемость линейных систем. Лемма о внутренней точке интеграла.
11. Принцип максимума Понтрягина. Эквивалентная формулировка принципа максимума. Принцип максимума, как необходимое и достаточное условие попадания на границу множества достижимости линейной управляемой системы.
12. Принцип максимума Понтрягина, как необходимое условие оптимальности в линейной задаче быстрогодействия.

13. Усиленное условие transversальности. Достаточные условия оптимальности в линейной задаче быстрогодействия.
14. Понятие о задаче синтеза. Задача о быстрейшем переводе маятника в состояние покоя.
15. Линейная задача оптимального управления с терминальным функционалом и свободным правым концом.

6-й семестр:

1. Постановка нелинейной задачи оптимального управления с интегральным функционалом. Попадание на границу множества достижимости расширенной системы, как необходимое условие оптимальности.
2. Множество достижимости нелинейной управляемой системы. Компактность множества достижимости. Теорема существования оптимального управления в нелинейной задаче быстрогодействия.
3. Система уравнений в вариациях и сопряжённая система.
4. Вариации Макшейна. Построение конуса касательных направлений к множеству достижимости.
5. Расширение вариаций Макшейна (вариация по времени). Построение расширенного конуса касательных направлений к множеству достижимости.
6. Лемма о попадании точки в образ множества при непрерывном отображении.
7. Лемма об отделимости нуля и конуса касательных направлений к множеству достижимости, как необходимом условии попадания на границу множества достижимости.
8. Принцип максимума Понтрягина --- необходимое условие попадания на границу множества достижимости.
9. Лемма об отделимости отрицательного направления оси X_0 и расширенного конуса касательных направлений, как необходимое условие оптимальности.
10. Принцип максимума Понтрягина --- необходимое условие оптимальности для задачи с интегральным функционалом.
11. Уравнение Беллмана и достаточные условия оптимальности для задачи быстрогодействия.
12. Уравнение Беллмана и достаточные условия оптимальности для задачи с интегральным функционалом.
13. Задача о нагреве чайника до заданной температуры при минимальном расходе топлива.
14. Пример задачи оптимального управления с особыми режимами.

Литература.

(обязательная):

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М., Наука, 1976.
2. Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении. М., Наука, 1989.
3. Киселёв Ю.Н. Оптимальное управление. М., Изд-во Моск. Ун-та. 1986.
4. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. М., Наука, 1969.
5. Благодатских В.И. Линейная теория оптимального управления. М., Изд-во Моск. Ун-та. 1978.
6. Ли Э., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. М., Наука, 1972.
7. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Наука, 1965.
8. Беллман Р. Динамическое программирование. М., ИЛ, 1961.
9. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М., Наука, 1979.

(дополнительная):

1. Киселёв Ю.Н. Линейная теория быстрого действия с возмущениями. Изд-во Моск. Ун-та. 1978.
2. Арис Р. Метод динамического программирования в дискретных системах. М., Наука, 1970.
3. Данскин Л. Максимин. М. ИЛ. 1970.
4. Киселев Ю.Н., Орлов М.В. Задачи оптимального управления с особыми режимами для одной модели из микробиологии. — Вестник Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн., 1998, N 3, с. 23 – 26.
5. H. van den Berg, Yu.N. Kiselev, S.A.L.M. Kooijman, M.V. Orlov. Optimal Allocation Between Nutrient Uptake and Growth in a Microbial Trichome. J. Math. Biol., 37, 1998, p. 28 - 48.

Аннотация:

В курсе излагаются и обсуждаются основные результаты теории оптимального управления. Рассматриваются вопросы существования решений в линейном и нелинейном случаях. Большое внимание уделено доказательству принципа максимума Понтрягина --- центрального результата теории --- в нелинейном случае. Также изучаются различные примеры, как линейные, так и нелинейные, демонстрирующие типичные и нестандартные приёмы их решения.